ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

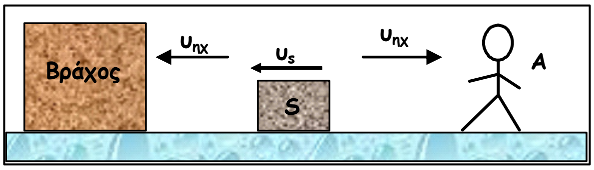
Α1 → β
Α2 → γ
Α3 → β
Α4 → δ
Α5. (α) Σ (β) Λ (γ) Σ (δ) Λ (ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση είναι η γ.

β) Ο παρατηρητής ακούει τον ήχο που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου με συχνότητα:
$f_1 = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \upsilon_s} f_s = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} + \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s = \dfrac{10\upsilon_{\eta\chi}}{11\upsilon_{\eta\chi}} f_s = \dfrac{10 f_s}{11} f_s.$

Ο ήχος που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου φτάνει στον κατακόρυφο βράχο με συχνότητα $f_\beta = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon_s} f_s = \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \dfrac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_s = \dfrac{10\upsilon_{\eta\chi}}{9\upsilon_{\eta\chi}} f_s = \dfrac{10 f_s}{9}$.



Στη συνέχεια ο κατακόρυφος βράχος **συμπεριφέρεται ως δευτερογενής πηγή εκπομπής ηχητικών κυμάτων που τα επανεκπέμπει με συχνότητα ίδια με αυτή που τα δέχτηκε.**

Άρα η συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής από τον κατακόρυφο βράχο είναι: $f_2 = f_\beta = \dfrac{9 f_s}{8}$.

Όμως $\dfrac{f_1}{f_2} = \dfrac{\dfrac{10 f_s}{11}}{\dfrac{10 f_s}{9}} = \dfrac{9}{11}$.

Β2. α) Σωστή απάντηση είναι η α.

β) Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ δίνεται από τη σχέση:

$A_M = 2A \left| \sigma\upsilon\nu \dfrac{2\pi \dfrac{9\lambda}{8}}{\lambda} \right| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu \dfrac{9\pi}{4} \right| = \dfrac{2A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$ άρα η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του θα είναι: $\upsilon_{max}^{M} = \omega\, A_M = \dfrac{2\pi}{T} A\sqrt{2} \rightarrow \upsilon_{max}^{M} = \dfrac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$.

Β3. α) Σωστή απάντηση είναι η ii.

β) Από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στην είσοδο (σημείο Α) και έξοδο (σημείο Β) του σωλήνα παίρνουμε:
$A_A\, \upsilon_A = A_B\, \upsilon_B \rightarrow 2A_B\, \upsilon_A = A_B\, \upsilon_B \rightarrow \upsilon_B = 2\, \upsilon_A$.

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Α είναι ίση με:

$$\frac{K_A}{V} = \frac{\frac{1}{2}\Delta m\, \upsilon_A^2}{V} \xrightarrow{\rho = \frac{\Delta m}{V}} \frac{K_A}{V} = \frac{1}{2}\rho \upsilon_A^2 = \Lambda.$$

και η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Β είναι ίση με:

$$\frac{K_B}{V} = \frac{\frac{1}{2}\Delta m\, \upsilon_B^2}{V} \xrightarrow{\rho = \frac{\Delta m}{V}} \frac{K_B}{V} = \frac{1}{2}\rho(2\upsilon_A)^2 = \frac{1}{2}\rho 4\upsilon_A^2 = 4\Lambda.$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β έχουμε;

$$p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \rightarrow p_A + \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho(2\upsilon_A)^2 \rightarrow$$

$$p_A - p_B = \frac{1}{2}\rho 4\upsilon_A^2 - \frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = 3\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2 = 3\Lambda \rightarrow \mathbf{p_A - p_B = 3\Lambda.}$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. ΑΔΜΕ από το σημείο (Α) στο σημείο (Γ) για το Σ_1 θεωρώντας επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο.

$$K_{(A)} + U_{(A)} = K_{(\Gamma)} + U_{(\Gamma)} \rightarrow 0 + m_1\, g\, R = \frac{1}{2}m_1\, \upsilon_\Gamma^2 \rightarrow \upsilon_\Gamma = \sqrt{2gR} = 10 \text{ m/s}.$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για το σώμα Σ_1 από τη θέση (Γ) ως τη θέση κρούσης (Δ):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{T1} \rightarrow \frac{1}{2}m_1\, \upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\, \upsilon_\Gamma^2 = -T_1\, S_1 \xrightarrow{T_1 = \mu N = \mu m_1 g}$$

$$\frac{1}{2}m_1\, \upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m_1\, \upsilon_\Gamma^2 = -\mu\, m_1\, g\, S_1 \rightarrow \upsilon_1^2 = \upsilon_\Gamma^2 - 2\,\mu\, g\, S_1 = 100 - 36 \rightarrow \upsilon_1 = 8 \text{ m/s}.$$

Γ2. Στην περίπτωση της μετωπικής ελαστικής κρούσης οι ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{2\,m_2}{m_1 + m_2}u_2 = \frac{-2m_1}{4m_1}8 + \frac{6\,m_1}{4m_1}(-4) \rightarrow \mathbf{\upsilon_1' = -10 \text{ m/s}.}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2\,m_1}{m_1 + m_2}u_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}u_2 = \frac{2\,m_1}{4m_1}8 + \frac{2m_1}{4m_1}(-4) \rightarrow \mathbf{\upsilon_2' = 2 \text{ m/s}.}$$

Γ3. $\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_2^{\,τελ} - \vec{p}_2^{\,αρχ} \rightarrow \Delta p = m_2\, υ_2' - m_2\,(-υ_2) = 6 + 12 = 18$ Kg m/s με κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_1$.

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_1 είναι:

$$\frac{K_1^{τελ} - K_1^{αρχ}}{K_1^{αρχ}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 υ_1'^2 - \frac{1}{2}m_1 υ_1^2}{\frac{1}{2}m_1 υ_1^2}100\% = \frac{100-64}{64}100\% = \mathbf{56{,}25\ \%}$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Ο κύλινδρος ισορροπεί, άρα:

$\Sigma τ_{(K)} = 0 \rightarrow T\,R = T_{στατ}\,R \rightarrow T = T_{στατ}$. και

$\Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow T + T_{στατ} = M\,g\,ημφ \rightarrow 2T = 10$ N $\rightarrow$ **T = 5 N**.

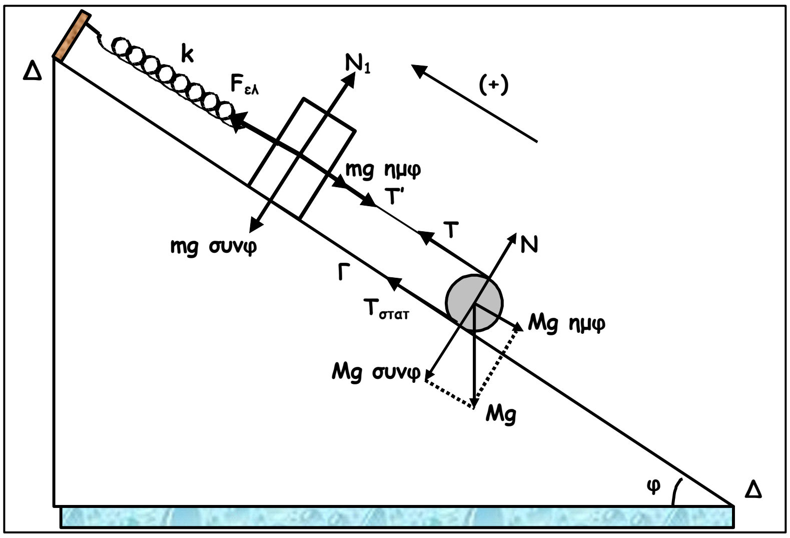
Το νήμα είναι αβαρές επομένως T = T' = 5 N.

Το σώμα Σ ισορροπεί, άρα:

$\Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow$

$T' + mgημφ = F_{ελ} \rightarrow$

$10 = k\,\Delta l \rightarrow \Delta l = 0{,}1$ m.



Δ2. Το σώμα Σ κάνει ΑΑΤ με $D = k = mω^2 \rightarrow ω = 10$ rad/s και πλάτος $A = \Delta l - \Delta l_0$ όπου Δl_0 η παραμόρφωση του ελατηρίου όταν το σώμα Σ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας του.

Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι.Τ. του σώματος Σ έχουμε:

$\Sigma \vec{F}_x = 0 \rightarrow F_{ελ} = m\,g\,ημφ \rightarrow k\,\Delta l_0 = m\,gημφ \rightarrow$

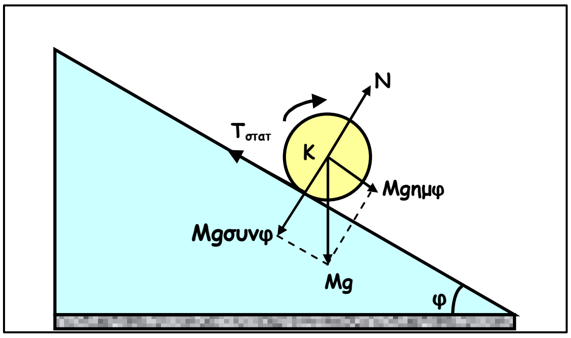
$\Delta l_0 = \frac{m\,g\,ημφ}{k} \rightarrow \Delta l_0 = 0{,}05$ m άρα **A = 0,1 – 0,05 = 0,05 m.**

Για t = 0: χ = - A και υ = 0 άρα $φ_0 = \frac{3π}{2}$ rad.

Η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ΑΑΤ του σώματος Σ είναι:

$F_{επ} = -k\,χ = -k\,A\,ημ(ωt + φ_0) \rightarrow$ $\mathbf{F_{επ} = -5\ ημ(10t + \frac{3π}{2})\ (SI).}$

Δ3. Γ₁. Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιταχυνόμενες.



Για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = M\ \vec{\alpha}_{cm} \rightarrow M\ g\ \eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = M\alpha_{cm} \quad (1)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I_{cm}\ \alpha_\gamma \rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau}\ R = \frac{1}{2}\ M\ R^2\ \alpha_\gamma \rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{1}{2}\ m\ R\ \alpha_\gamma \quad (2)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$$\alpha_{cm} = \alpha_\gamma\ R \ \rightarrow\ \alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} \quad (3)$$

Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται: $T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{1}{2}\ m\ \alpha_{cm}$ (4)

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$Mg\ \eta\mu\varphi = \frac{3}{2}\ M\ \alpha_{cm} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g\ \eta\mu\varphi}{3} \rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm} = \frac{10}{3}\ \mathrm{m/s^2}}$$

και $\boldsymbol{\alpha_\gamma = \frac{100}{3}\ \mathrm{rad/s^2}}$**.**

Η γωνιακή μετατόπιση Δθ του κυλίνδρου είναι ίση με:

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \rightarrow \Delta\theta = N\ 2\pi = 24\ \mathrm{rad}.$$

Όμως $\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma\ t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta\theta}{\alpha_\gamma}} = \sqrt{\frac{48}{\frac{100}{3}}} = \sqrt{\frac{144}{100}} \rightarrow t_1 = 1{,}2$ s.

Η στροφορμή του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση:

$$L = I_{cm}\ \omega = \frac{1}{2}\ M\ R^2\ \alpha_\gamma\ t_1 = \frac{1}{2}\ 2\ 0{,}01\ \frac{100}{3}\ 1{,}2 \rightarrow \boldsymbol{L = 0{,}4\ \mathrm{Kg\ m^2/s}}\ .$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t}=\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\mu\varepsilon\tau}+\left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\pi\varepsilon\rho}=\frac{\Sigma F\,\Delta x}{\Delta t}+\frac{\Sigma\tau\,\Delta\theta}{\Delta t}\rightarrow$$

$$\frac{\Delta K}{\Delta t}=\Sigma F\,\upsilon_{cm}+\Sigma\tau\,\omega=M\,\alpha_{cm}\,\upsilon_{cm}+I_{cm}\,a_{\gamma}\,\omega=2\,\frac{10}{3}\,10+\frac{1}{2}\,2\,0{,}01\,\frac{100}{3}\,100\rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{\Delta K}{\Delta t}=\frac{200}{3}+\frac{100}{3}=100\ J/s.}$$