

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ 2014

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A.1 Θεωρία A. 2 Ορισμός A.3 Ορισμός A. 4 Σ/Λ/Λ/Λ/Σ

ΘΕΜΑ Β

B.1 $v=6+8+12+14=40$ πωλητές

B. 2

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	$x_i \cdot v_i$
[2,4)	3	12	0,3	36
[4,6)	5	8	0,2	40
[6,8)	7	14	0,35	98
[8,10)	9	6	0,15	54
Σύνολο	-	40	1	228

B.3

A. $\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{228}{40} = 5.7$ χιλ. ευρώ

B. $6+14+6=26$ πωλητές

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1 $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1, f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ ή $x = \frac{1}{4}$

x	1/4		1/3	
$f'(x)$	+	⊖	⊖	+
$f(x)$	↗		↘	↗

Μέγιστο

Ελάχιστο

$(\frac{1}{4}, f(\frac{1}{4}))$

$(\frac{1}{3}, f(\frac{1}{3}))$

Άρα $x_1 = \frac{1}{4} = P(K), x_2 = \frac{1}{3} = P(A), P(\Pi) = 1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) = \frac{5}{12}$

Γ.2

$$P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$$

$$P(K \cup A') = 1 - P(K \cup A) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup \Pi') &= P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A) = 1 - P(\Pi) = \\ &= 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

Γ.3

$$\begin{aligned} N(A) &= N(\Pi) - 4 \xrightarrow{+N(\Omega)} P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Rightarrow \frac{4}{N(\Omega)} = \frac{5}{12} - \frac{1}{3} \\ &\Rightarrow \frac{4}{N(\Omega)} = \frac{1}{12} \Rightarrow N(\Omega) = 48 \text{ μπάλες} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1

$$\text{Η περίμετρος της βάσης είναι } \Pi = 2x + 2y = 20 \Rightarrow y = 10 - x$$

Οπότε το εμβαδόν του κουτιού είναι

$$\begin{aligned} E &= xy + 2 \cdot (5y) + 2 \cdot (5x) = x(10 - x) + 10(10 - x) + 10x \\ &= 10x - x^2 + 100 - 10x + 10x = -x^2 + 10x + 100, x \in (0, 10) \end{aligned}$$

Άρα

$$E(x) = -x^2 + 10x + 100$$

$$E'(x) = -2x + 10$$

$$E'(x) = -2x + 10 = 0 \Rightarrow x = 5$$

x	5	
E'(x)	+	-
E(x)	↗	↘

Μέγιστο

(5, E(5))

Δ.2

A.

Πρέπει το δείγμα να είναι ανομοιογενές οπότε

$$CV > 0,1 \Rightarrow \frac{s}{\bar{x}} > 0,1 \Rightarrow \frac{s}{8} > 0,1 \Rightarrow s > 0,8 \quad (1)$$

$$\text{και } 2s^2 - 5s + 2 = 0 \Rightarrow s = 2 \text{ ή } s = \frac{1}{2} \text{ [απορρίπτεται από (1)]}$$

Άρα $s=2$

B.

$$s^2 = \frac{\sum t_i^2}{\nu} - \frac{(\sum t_i)^2}{\nu^2} = \frac{\sum t_i^2}{\nu} - \bar{x}^2 \Rightarrow \frac{\sum t_i^2}{\nu} = s^2 + \bar{x}^2 \Rightarrow \frac{\sum t_i^2}{\nu} = 68$$

Άρα η ζητούμενη μέση τιμή είναι 68

Δ.3

$$5 = x_1 < x_2 < \dots < x_{14} < x_{15} = 9$$

$$\xrightarrow{E(x) \text{ στο } (5,9)} E(9) = 109 < E(x_{14}) < \dots < E(x_2) < E(5) = 125$$

$$\text{Οπότε } R = E(5) - E(9) = 125 - 109 = 16$$

Πρέπει:

$$y_i > -4x_i + 4 \cdot 16 + 1 \Rightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145 \Rightarrow$$

$$-x_i^2 + 14x_i - 45 > 0 \Rightarrow x_i \in (5,9)$$

$$\text{Συνεπώς } B = \{A_2, A_3, \dots, A_{13}, A_{14}\} \text{ άρα } P(B) = \frac{13}{15}$$