ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία, σελ. 152

Α2. Θεωρία, σελ. 142

Α3. Θεωρία, σελ. 65

Α4. **α.** → Λ **β.** → Λ **γ.** → Σ **δ.** → Λ **ε.** → Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $P(M)=\frac{1}{4}\Leftrightarrow \frac{N(M)}{N(\Omega)}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow N(\Omega)=4N(M)$ με $N(M)\in N$ άρα το $N(\Omega)$ είναι πολλαπλάσιο του 4 και αφού $64<N(\Omega)<72$ άρα $N(\Omega)=68$ σφαίρες.

Β2. Ισχύει $P(A)+P(M)+P(K)=1\Leftrightarrow 4\lambda^2+\frac{1}{4}-5\lambda+\frac{7}{4}=1\Leftrightarrow 4\lambda^2-5\lambda+1=0$ οπότε $\lambda=1$ ή $\lambda=\frac{1}{4}$. Η τιμή $\lambda=1$ απορρίπτεται γιατί $P(A)=4>1$. Άρα $\lambda=\frac{1}{4}$.

Β3. Ισχύει για $\lambda=\frac{1}{4}$, $P(A)=4\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{4}$ και $P(K)=-5\frac{1}{4}+\frac{7}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

Οπότε $P(A)=\frac{N(A)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow \frac{1}{4}=\frac{N(A)}{68}\Leftrightarrow N(A)=17$ σφαίρες

και $P(K)=\frac{N(K)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{N(K)}{68}\Leftrightarrow N(K)=34$ σφαίρες

και $P(M)=\frac{N(M)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow \frac{1}{4}=\frac{N(M)}{68}\Leftrightarrow N(M)=17$ σφαίρες

Β4. $P(A\cup M)=P(A)+P(M)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ γιατί τα ενδεχόμενα Α και Μ είναι ξένα μεταξύ τους.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει $f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% + f_5\% = 100 \Leftrightarrow 10 + 20 + y_\Delta + y_E + 10 = 100 \Leftrightarrow$

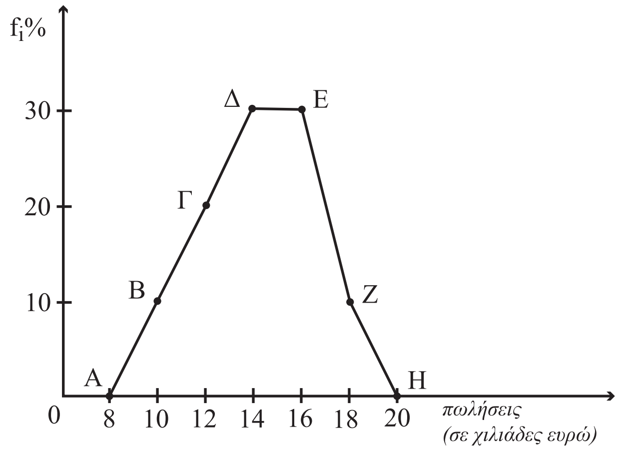
$\Leftrightarrow y_\Delta + y_E = 60 \ (1)$

Όμως $y_\Delta = y_E$ γιατί το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ είναι παράλληλο προς τον οριζόντιο άξονα.

Από την (1) προκύπτει ότι $2y_\Delta = 60 \Leftrightarrow y_\Delta = 30$. Άρα $y_\Delta = y_E = 30$

Γ2. Το πλάτος κάθε κλάσης είναι $c = 2$.

Το κέντρο της πρώτης κλάσης είναι $x_1 = 10$, άρα η πρώτη κλάση είναι $[9, 12)$. Ομοίως για τις υπόλοιπες. Άρα:



Γ3.

$[$κλάσεις$)$	Κεντρικές τιμές	$f_i\%$
$[9-11)$	10	10
$[11-13)$	12	20
$[13-15)$	14	30
$[15-17)$	16	30
$[17-19)$	18	10
ΣΥΝΟΛΟ		100

Γ4. Ετήσιες πωλήσεις τουλάχιστον 15 χιλιάδες ευρώ έχει κάνει το $30\% + 10\% = 40\%$ των πωλητών.

Γ5. Επειδή το εμβαδόν του χωρίου Ε που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής και τον οριζόντιο άξονα, είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος ν, θα ισχύει $E = \nu = 80$ πωλητές. Ο αριθμός των πωλητών που δικαιούνται το εφάπαξ ποσό είναι $\frac{40}{100} \cdot 80 = 32$ πωλητές.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x)=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}=e^{\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x}$ $\qquad A_f=R$

$$f'(x)=e^{\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x}\cdot\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x\right)'=e^{\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x}\cdot\left(x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}\right)$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}=0\Leftrightarrow 15x^2-11x+2=0\Leftrightarrow x=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}\ \text{ή}\ x=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$$

$$f'(x)>0\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}>0\Leftrightarrow 15x^2-11x+2>0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}\ \text{ή}\ x>\frac{2}{5}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$ και $\left[\frac{2}{5},+\infty\right)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $\left[\frac{1}{3},\frac{2}{5}\right]$.

Δ2. Είναι $A\subseteq B\Rightarrow P(A)\le P(B)$ άρα $P(A)=\frac{1}{3}$ και $P(B)=\frac{2}{5}$.

Επίσης $A\subseteq B\Rightarrow A\cap B=A$, $A\cup B=B$ επομένως έχουμε

$$P(A\cap B)=P(A)=\frac{1}{3}$$

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=0$$

$$P(A\cup B)=P(B)=\frac{2}{5}$$

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$$

Δ3. **α)** $f(x)=h(x)\Leftrightarrow e^{\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x}=e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3x^2}{2}-x-\frac{1}{3}\right)}\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x=\frac{3x^3}{10}-\frac{x^2}{5}-\frac{1}{15}x\Leftrightarrow 10x^3-11x^2+4x=9x^3-6x^2-2x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^3-5x^2+6x=0\Leftrightarrow x(x^2-5x+6)=0\Leftrightarrow x=0\ \text{ή}\ x=2\ \text{ή}\ x=3$$

β) Είναι $x_1<x_2<x_3$ άρα $x_1=0$, $x_2=2$ και $x_3=3$.

Επομένως $\nu_1=2\cdot0+1=1$, $\nu_2=2\cdot2+1=5$ και $\nu_3=2\cdot3+1=7$ άρα

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{3}x_i\nu_i}{\sum_{i=1}^{3}\nu_i}=\frac{0\cdot1+2\cdot5+3\cdot7}{1+5+7}=\frac{31}{13}$$