ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2011

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. → **γ**

Α2. → **β**

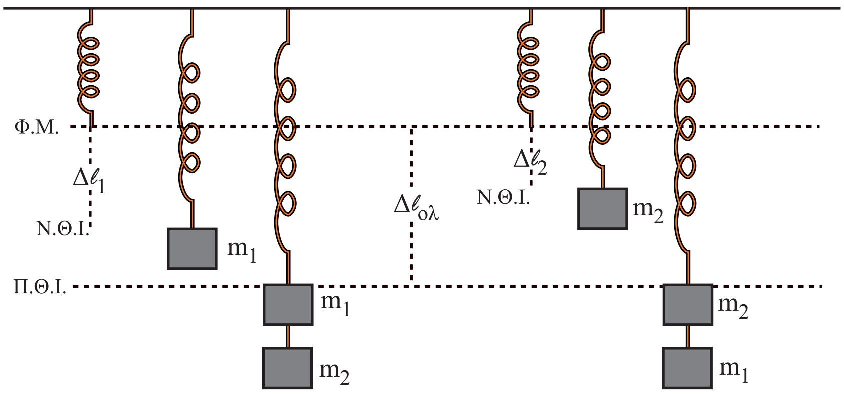
Α3. → **γ**

Α4. → **γ**

Α5. **α.** → Σωστό **β.** → Λάθος **γ.** → Σωστό **δ.** → Λάθος **ε.** → Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. → **β**



Στην αρχική κατάσταση και για τα δύο συστήματα ισχύει $\Sigma F = 0$.

$$F_{\varepsilon\lambda} - W_{o\lambda} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_{o\lambda} \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_{o\lambda} = (m_1 + m_2)\cdot g \Rightarrow \Delta\ell_{o\lambda} = \frac{(m_1 + m_2)\cdot g}{k}$$

Κόβουμε το νήμα, οπότε αλλάζει η Θ.Ι. των συστημάτων και η ταλάντωση ξεκινάει από την ακραία θέση (πλάτος).

Για τη νέα θέση ισορροπίας του Σ_1 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} = w_1 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1 \cdot g}{k}$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A_1 = \Delta\ell_{o\lambda} - \Delta\ell_1 \Rightarrow A_1 = \frac{(m_1 + m_2)\cdot g}{k} - \frac{m_1 \cdot g}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{m_2 \cdot g}{k}$$

Για τη νέα θέση ισορροπίας του Σ_2 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = w_2 \Rightarrow k \cdot \Delta\ell_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_2 \cdot g}{k}$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A_2 = \Delta\ell_{o\lambda} - \Delta\ell_2 \Rightarrow A_2 = \frac{(m_1 + m_2)\cdot g}{k} - \frac{m_2 \cdot g}{k} \Rightarrow A_2 = \frac{m_1 \cdot g}{k}$$

Οπότε: $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_2^2} = \frac{\frac{m_2^2 \cdot g^2}{k^2}}{\frac{m_1^2 \cdot g^2}{k^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Β2. → **α**

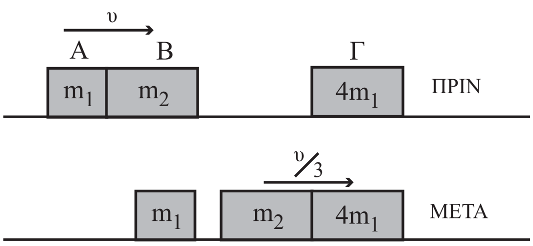
$f_{\delta_1} = \left| f - f_1 \right|$ και $f_{\delta_2} = \left| f - f_2 \right|$

Εφόσον $f_{\delta_1} = f_{\delta_2}$

$$\left| f - f_1 \right| = \left| f - f_2 \right|$$

$f - f_1 = f - f_2$	ή	$f - f_1 = -(f - f_2)$
$f - f = f_1 - f_2$	ή	$f - f_1 = -f + f_2$
$0 = f_1 - f_2$	ή	$f + f = f_1 + f_2$
$f_1 = f_2$	ή	$2f = f_1 + f_2$
Άτοπο γιατί $f_1 \neq f_2$		$f = \dfrac{f_1 + f_2}{2}$

Β3. → **α**



Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο.

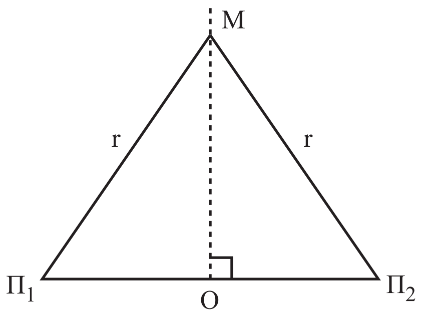
$$\vec{P}_{ΠΡΙΝ} = \vec{P}_{ΜΕΤΑ}$$

$$(m_1 + m_2)\cdot υ + 4m_1 \cdot 0 = m_1 \cdot 0 + (m_2 + 4m_1)\cdot \frac{υ}{3} \Rightarrow m_1 \cdot υ + m_2 \cdot υ = \frac{m_2 \cdot υ}{3} + \frac{4}{3} m_1 \cdot υ \Rightarrow$$

$$m_2 \cdot υ - \frac{1}{3} m_2 \cdot υ = \frac{4}{3} m_1 \cdot υ - m_1 \cdot υ \Rightarrow \frac{2}{3} m_2 \cdot υ = \frac{1}{3} m_1 \cdot υ \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = 2}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Το Μ είναι σημείο της μεσοκάθετης άρα $Π_1 M = Π_2 M = r$

$$\left.\begin{aligned} y_M = A'_M \cdot ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{2r}{2λ}\right) \Rightarrow y_M = A'_M \cdot ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{λ}\right) \\ y_M = 0{,}2 \cdot ημ2π(5t - 10) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{t}{T} = 5t \Rightarrow T = \dfrac{1}{5} \Rightarrow T = 0{,}2\,\text{sec} \\ \dfrac{r}{λ} = 10 \Rightarrow r = 10λ \end{cases}$$

όμως $\left.\begin{aligned} υ = λ \cdot f \\ f = \frac{1}{T} \end{aligned}\right\} \Rightarrow υ = \dfrac{λ}{T} \Rightarrow λ = υ \cdot T \Rightarrow λ = 2 \cdot 0{,}2 \Rightarrow λ = 0{,}4\,\text{m}$

οπότε $r = 10 \cdot 0{,}4 \Rightarrow r = 4\,\text{m}$

Γ2. Το O είναι το μέσο του $\Pi_1\Pi_2$ άρα

$$\Pi_1 O = \Pi_2 O = \frac{d}{2}$$

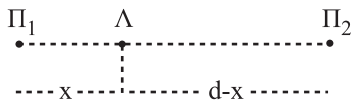
$$\varphi_0 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\frac{d}{2}+\frac{d}{2}}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_0 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_0 = 2\pi\left(\frac{t}{0,2} - \frac{1}{2\cdot 0,4}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = 2\pi(5t - 1,25)$$

$$\Delta_\varphi = \varphi_0 - \varphi_M \Rightarrow \Delta_\varphi = 2\pi(5t - 1,25) - 2\pi(5t - 10)$$

$$\Delta_\varphi = 2\pi(5t - 1,25 - 5t + 10) \Rightarrow \Delta_\varphi = 2\pi \cdot 8,75 \Rightarrow \Delta_\varphi = 17,5\pi\,\text{rad}$$

Γ3.



Για τα σημεία που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος ισχύει:

$$|\Pi_1\Lambda - \Pi_2\Lambda| = N\cdot\lambda \Rightarrow |x - (d - x)| = N\cdot\lambda \Rightarrow |2x - d| = N\lambda \Rightarrow |2x - 1| = 0,4N \Rightarrow$$

$2x - 1 = 0,4N$ ή $-2x + 1 = 0,4N$

$2x = 1 + 0,4N$ (ίδιες λύσεις)

$$\left.\begin{array}{l} x = 0,5 + 0,2N \\ \text{αλλά πρέπει: } 0 \le x \le d \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \le 0,5 + 0,2N \le 1$$

$$-0,5 \le 0,2N \le 0,5$$

$$-2,5 \le N \le 2,5$$

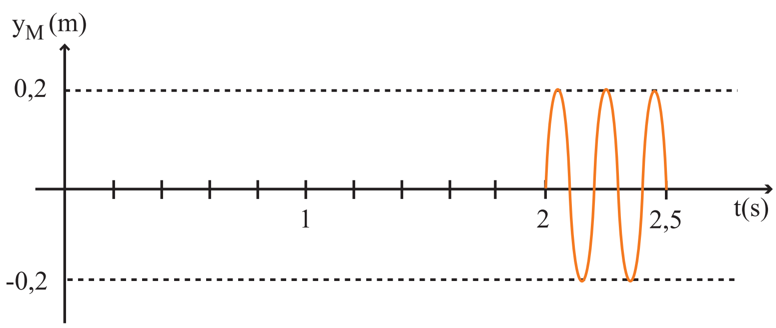
$$N = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$$

Άρα 5 σημεία.

Γ4. Επειδή το M βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο (απέχει την ίδια απόσταση από τις δύο πηγές) αρχίζει να ταλαντώνεται ταυτόχρονα και από τις δυο πηγές τη χρονική στιγμή

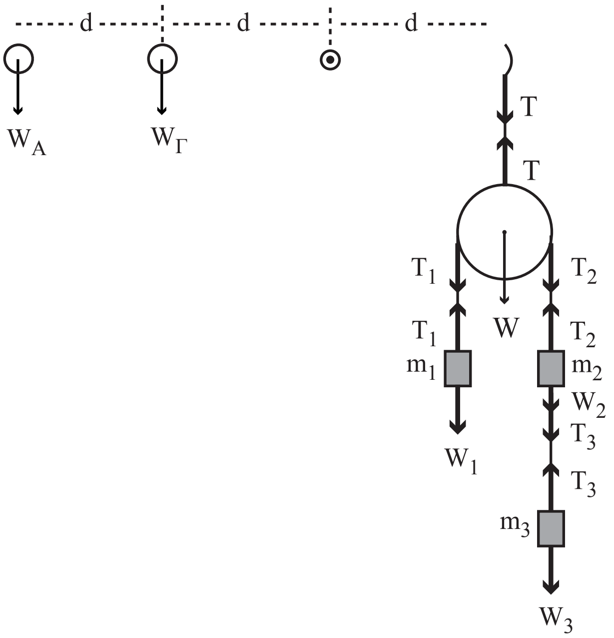
$$t_1 = \frac{t}{\upsilon} = \frac{4}{2} = 2\,\text{sec}.$$

Επομένως μέχρι τα $2,5\,\text{sec}$ εκτελεί $\frac{2,5-2}{0,2} = \frac{0,5}{0,2} = 2,5$ ταλαντώσεις.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Οι τάσεις στα άκρα κάθε νήματος έχουν ίσα μέτρα.

Από την ισορροπία του m_3:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_3 = w_3 \Rightarrow T_3 = m_3 \cdot g \Rightarrow T_3 = 1 \cdot 10 \Rightarrow T_3 = 10\,N$

Από την ισορροπία του m_2:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_2 = w_2 + T_3 \Rightarrow T_2 = m_2 \cdot g + T_3 \Rightarrow T_2 = 1 \cdot 10 + 10 \Rightarrow T_2 = 20\,N$

Από την ισορροπία του m_1:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 = w_1 \Rightarrow T_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow T_1 = 2 \cdot 10 \Rightarrow T_1 = 20\,N$

Για την τροχαλία:

$\Sigma\tau = T_1 \cdot R - T_2 \cdot R \Rightarrow \Sigma\tau = (T_1 - T_2) \cdot R \Rightarrow \Sigma\tau = (20 - 20) \cdot R \Rightarrow \Sigma\tau = 0$

Αφού η τροχαλία ισορροπεί:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T - W - T_1 - T_2 = 0 \Rightarrow T = W + T_1 + T_2 \Rightarrow T = M \cdot g + T_1 + T_2 \Rightarrow$

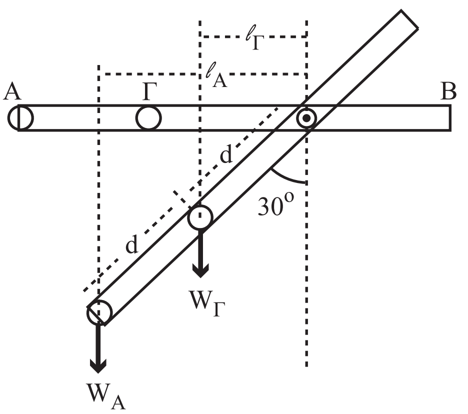
$\Rightarrow T = 4 \cdot 10 + 20 + 20 \Rightarrow T = 80\,N$

Για τη ράβδο $\Sigma\tau_{(0)} = w_A \cdot 2d + w_\Gamma \cdot d - T \cdot d =$

$= m_A \cdot g \cdot 2d + m_\Gamma g \cdot d - T \cdot d = 1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 80 \cdot 1 = 20 + 60 - 80 = 0$.

Άρα το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο οριζόντια.

Δ2.



$\ell_\Gamma = d \cdot \eta\mu 30^o = 1 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}5\,m$

$\ell_A = 2d \cdot \eta\mu 30^o = 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 1\,m$

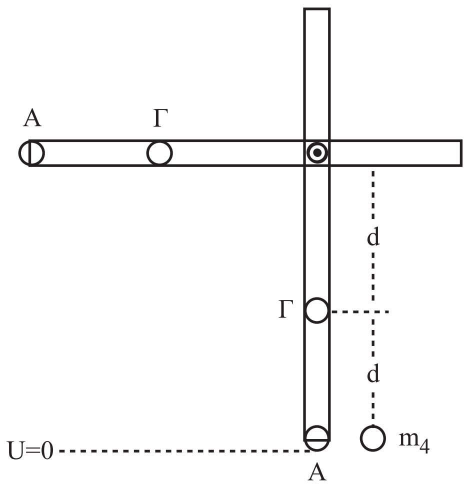
$I_{(0)} = m_A \cdot (2d)^2 + m_\Gamma \cdot d^2 \Rightarrow I_{(0)} = 1 \cdot (2 \cdot 1)^2 + 6 \cdot 1^2 = 10\,kg \cdot m^2$

$\Sigma\tau_{(0)} = I_{(0)} \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow w_A \cdot \ell_A + w_\Gamma \cdot \ell_\Gamma = I_{(0)} \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow m_A \cdot g \cdot \ell_A + m_\Gamma \cdot g \cdot \ell_\Gamma = I_{(0)} \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 0{,}5 = 10 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow$

$\Rightarrow 10 + 30 = 10 \cdot \alpha_\gamma \Rightarrow \alpha_\gamma = \frac{40}{10} \Rightarrow \alpha_\gamma = 4\,rad/s^2$

Δ3.



Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ για την οριζόντια και κατακόρυφη θέση της ράβδου

$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$0 + (m_A + m_\Gamma) \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} I_{(0)} \cdot \omega_1{}^2 + m_\Gamma \cdot g \cdot d$

$(1+6) \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega_1{}^2 + 6 \cdot 10 \cdot 1$

$140 = 5\omega_1{}^2 + 60 \Rightarrow \omega_1{}^2 = \frac{140-60}{5} \Rightarrow \omega_1{}^2 = 16 \Rightarrow \omega_1 = 4\,rad/s$.

Η νέα ροπή αδράνειας του συστήματος μετά την κρούση είναι

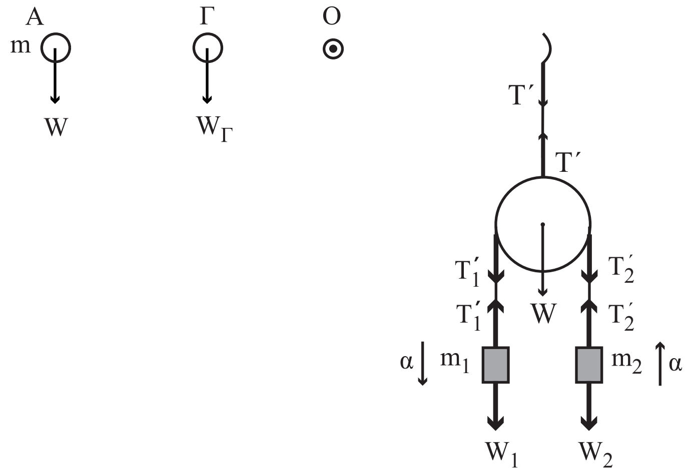
$I'_{(0)} = I_{(0)} + m_4 \cdot (2d)^2 \Rightarrow I'_{(0)} = 10 + 5 \cdot (2 \cdot 1)^2 \Rightarrow I'_{(0)} = 30\,kg \cdot m^2$

Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής έχουμε:

$\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ} \Rightarrow I_{(0)} \cdot \omega_1 = I'_{(0)} \cdot \omega_2 \Rightarrow 10 \cdot 4 = 30 \cdot \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{40}{30} \Rightarrow \omega_2 = \frac{4}{3} rad/s$.

$\upsilon_A = \omega_2 \cdot 2d \Rightarrow \upsilon_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow \upsilon_A = \frac{8}{3} m/s$.

Δ4.



Για την τροχαλία:

$$Στ = I \cdot α'_{γων} \Rightarrow T_1' \cdot R - T_2' \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \frac{α}{R} \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M \cdot α \quad (1)$$

Για το σώμα m_1:

$$ΣF_1 = m_1 α \Rightarrow m_1 g - T_1' = m_1 α \Rightarrow T_1' = m_1 g - m_1 α \quad (2)$$

Για το σώμα m_2:

$$ΣF_2 = m_2 α \Rightarrow T_2' - m_2 g = m_2 α \Rightarrow T_2' = m_2 g + m_2 α \quad (3)$$

Από τις (1), (2), (3) παίρνουμε:

$$m_1 g - m_1 α - m_2 g - m_2 α = \frac{1}{2} M \cdot α \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10 - 2 \cdot α - 1 \cdot 10 - 1 \cdot α = \frac{1}{2} 4 \cdot α \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 = 5 \cdot α \Rightarrow α = 2 m/s^2$$

$$(2) \rightarrow \quad T_1' = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 2 = 16 N$$

$$(3) \rightarrow \quad T_2' = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 2 = 12 N$$

Στην τροχαλία:

$$ΣF = 0 \Rightarrow T' - Mg - T_1' - T_2' = 0 \Rightarrow T' = Mg + T_1' + T_2' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T' = 4 \cdot 10 + 16 + 12 \Rightarrow T' = 68 N$$

Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε

$$Στ = 0 \Rightarrow m \cdot g \cdot 2d + m_Γ \cdot g \cdot d - T'd = 0 \Rightarrow m \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 68 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20m = 8 \Rightarrow m = 0{,}4 kg$$