

**Μαθηματικά Γ' λυκείου**  
γενικής παιδείας

**Θέμα 1<sup>ο</sup>**

- A. Θεωρία (Σχολικό βιβλίο, σελίδα 28)  
 B. Θεωρία (Σχολικό βιβλίο, σελίδα 96)  
 Γ. α. —→ Λάθος  
    β. —→ Λάθος  
    γ. —→ Σωστό  
    δ. —→ Σωστό  
    ε. —→ Σωστό

**Θέμα 2<sup>ο</sup>**

α.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x f(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x \frac{x-1}{e^x}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

β. Είναι  $f'(x) = \frac{e^x - e^x(x-1)}{(e^x)^2} = \frac{1 - (x-1)}{e^x} = \frac{2-x}{e^x}$  οπότε  $e^x f'(x) = e^x \frac{2-x}{e^x} = 2-x$

γ.  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2-x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{e^x} > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow -x > -2 \Leftrightarrow x < 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗		↘

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(-\infty, 2]$  και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[2, +\infty)$ .

Παρουσιάζει για  $x = 2$  μέγιστο το  $f(2) = \frac{2-1}{e^2} = \frac{1}{e^2}$

**Θέμα 3<sup>ο</sup>**

α.  $\bar{x}_A = \frac{\sum t_i}{v} = \frac{20 + 26 + 24 + 22 + 18}{5} = \frac{110}{5} = 22$  χιλιάδες ώρες.

$\bar{x}_B = \frac{\sum t_i}{v} = \frac{26 + 32 + 19 + 20 + 23}{5} = \frac{120}{5} = 24$  χιλιάδες ώρες.

β. Για την μπαταρία τύπου A το μέσο κόστος είναι  $\frac{38}{22} = 1,73$  €/χιλίες ώρες

Για την μπαταρία τύπου B το μέσο κόστος είναι  $\frac{40}{24} = 1,67$  €/χιλίες ώρες

Άρα συμφέρει κάποιος να αγοράσει τη μπαταρία τύπου B.

γ.  $S_A^2 = \frac{1}{v} \sum (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} [(20-22)^2 + (26-22)^2 + (24-22)^2 + (22-22)^2 + (18-22)^2] =$   
 $= \frac{1}{5} (4 + 16 + 4 + 0 + 16) = \frac{40}{5} = 8$

Άρα  $S_A = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$  χιλιάδες ώρες

$$S_B^2 = \frac{1}{v} \sum (t_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} [(26-24)^2 + (32-24)^2 + (19-24)^2 + (20-24)^2 + (23-24)^2] =$$

$$\frac{1}{5} (4 + 64 + 25 + 16 + 1) = \frac{1}{5} 110 = 22$$

Άρα  $S_B = \sqrt{22} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{2} = 3,3 \cdot \sqrt{2}$  χιλιάδες ώρες

$$\delta. \quad CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{2\sqrt{2}}{22} = \frac{48\sqrt{2}}{528}$$

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{3,3\sqrt{2}}{24} = \frac{72,6\sqrt{2}}{528}$$

Επειδή  $CV_A < CV_B$  η μπαταρία τύπου Α παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια.

#### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Έστω Α το ενδεχόμενο ο κάτοικος της πόλης να διαβάζει εφημερίδα α  
και Β το ενδεχόμενο ο κάτοικος της πόλης να διαβάζει εφημερίδα β

$$\text{οπότε } P(A) = \frac{50}{100} \text{ και } P(A - B) = \frac{30}{100}$$

$$\alpha. \quad \text{Είναι } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A - B) = \frac{50}{100} - \frac{30}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$\text{οπότε } P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) =$$

$$= 1 - P(A) + P(B) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{50}{100} + \frac{20}{100} = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$\beta. \quad \text{Είναι } B \subseteq A' \cup B \text{ άρα } P(B) \leq P(A' \cup B) \text{ οπότε } P(B) \leq \frac{7}{10}$$

$$\text{και } A \cap B \subseteq B \text{ άρα } P(A \cap B) \leq P(B) \text{ οπότε } \frac{1}{5} \leq P(B)$$

$$\text{Επομένως ισχύει: } \frac{1}{5} \leq P(B) \leq \frac{7}{10}$$

γ. Είναι  $f'(x) = 3x^2 - x + P(B) > 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  διότι

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3P(B) = 1 - 12P(B) < 0$$

αφού  $P(B) \geq \frac{1}{5} > \frac{1}{12}$  άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$ , επομένως δεν έχει ακρότατα.