# ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016
# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ – ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1**. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ 150

**Α2**. Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ. 87

**Α3.** Θεωρία, σχολικό βιβλίο σελ 14

**Α4. α. ►Σ β. ►Λ γ. ►Σ δ. ► Σ ε. ►Λ**

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1**. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = x^2 - 5x + 6$ με $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x = 3$ και $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < 2$ ή $x > 3$. Ο πίνακας προσήμων της f ΄ και της μονοτονίας της f είναι:

| $x$ | $-\infty$ | 2 | | 3 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | − | 0 | + |
| $f(x)$ | ↗ | | ↘ | | ↗ |

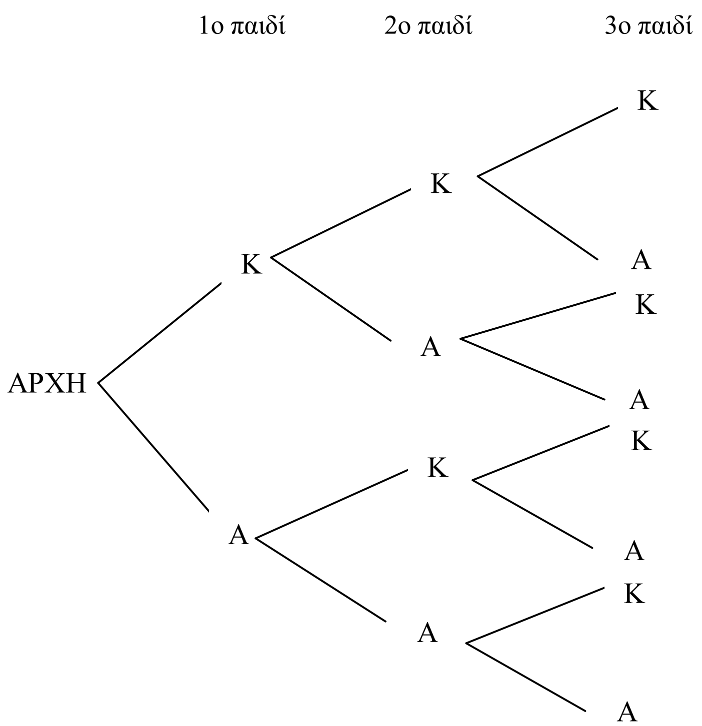
Επομένως η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο 2, το $f(2) = \dfrac{11}{3}$ και τοπικό ελάχιστο στο 3, το $f(3) = \dfrac{7}{2}$.

**Β2.** Η εφαπτομένη της $C_f$ στο σημείο της Α(0, -1) έχει εξίσωση: $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$, με $\lambda = f'(0) = 6$ και $A \in C_f$, άρα $-1 = 6 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = -1$. Άρα η εφαπτομένη είναι η $(\varepsilon): y = 6x - 1$.

**Β3.** Έχουμε $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{f'(x) - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x + 1)(x - 6)}{x + 1} = \lim\limits_{x \to -1} (x - 6) = -7$.

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.**




Επομένως ο δειγματικός χώρος είναι: Ω={ΚΚΚ,ΚΚΑ,ΚΑΚ,ΚΑΑ,ΑΚΚ,ΑΚΑ,ΑΑΚ,ΑΑΑ} με Ν ( Ω ) = 8.

**Γ2.** Α={ΚΚΚ,ΚΚΑ,ΚΑΚ,ΚΑΑ}
Β={ΚΚΚ,ΚΚΑ,ΚΑΚ,ΑΚΚ}
Γ={ΚΚΚ,ΚΚΑ,ΑΑΑ,ΑΑΚ}

**Γ3. α)** Είναι $\Delta = A \cap B$={ΚΚΚ,ΚΚΑ,ΚΑΚ} οπότε η πιθανότητα του ενδεχομένου Δ, σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας, είναι $P(\Delta) = \dfrac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \dfrac{3}{8}$.

$E = A \cup B = \{KKK, KKA, KAK, KAA, AKK\}$ οπότε $P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$.

$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\}$, οπότε $P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

**β)** Είναι $H = (A \cup B)' = E'$, οπότε $P(H) = P(E') = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$.

Είναι $\Theta = (A\text{-}B) \cup (B\text{-}A)$ και αφού τα A-B και B-A είναι ασυμβίβαστα, σύμφωνα με τον απλό προσθετικό νόμο ισχύει ότι

$P(\Theta) = P((A-B) \cup (B-A)) = P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$.

$= P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$.

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1**. Οι δύο πρώτες κλάσεις είναι [8, 8+c ) και [8+c, 8+2c). Άρα $\frac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow 16 + 3c = 28 \Leftrightarrow c = 4$

**Δ2.**

| [ ) | $x_i$ | $v_i$ | $x_i v_i$ |
|---|---|---|---|
| 8 - 12 | 10 | 20 | 200 |
| 12 - 16 | 14 | 15 | 210 |
| 16 – 20 | 18 | 10 | 180 |
| 20 - 24 | 22 | $v_4$ | $22v_4$ |
| Σύνολο | - | $v_4 + 45$ | $22v_4 + 590$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} \Leftrightarrow \frac{22v_4 + 590}{45 + v_4} = 14 \Leftrightarrow 22v_4 + 590 = 630 + 14v_4 \Leftrightarrow 8v_4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = 5 \text{ και } v = 50.$$ Επομένως

| [ ) | $x_i$ | $v_i$ |
|---|---|---|
| 8 - 12 | 10 | 20 |
| 12 - 16 | 14 | 15 |
| 16 – 20 | 18 | 10 |
| 20 - 24 | 22 | 5 |
| Σύνολο | - | 50 |

.

**Δ3**. Επειδή οι παρατηρήσεις κατανέμονται ομοιόμορφα σε κάθε κλάση, οι υπολογιστές που χρειάστηκαν το πολύ 9 λεπτά είναι $\frac{1}{4} \cdot v_1 = 5$. Επομένως οι υπολογιστές που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά είναι $v - \frac{1}{4} v_1 = 50 - 5 = 45$.

**Δ4.** $s^2 = \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 15 + (18-14)^2 \cdot 10 + (22-14)^2 \cdot 5}{50} = 16$. Άρα $s = \sqrt{s^2} = 4$.

Είναι $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} > \frac{1}{10}$, οπότε το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

**Δ5.** Οι χρόνοι μετά την αντικατάσταση παριστάνονται από τη μεταβλητή $Y = 0{,}8X$, οπότε $s_y = 0{,}8s$ και $\bar{y} = 0{,}8\bar{x}$.

Είναι $CV_y = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{0{,}8s}{0{,}8\bar{x}} = \frac{s}{\bar{x}} = CV$ .Άρα το νέο δείγμα έχει την ίδια ομοιογένεια με το αρχικό.